Transzendentale Prinzipien: eine Neubetrachtung der Kantschen Antinomien. Metaphysik, 11, 1995, pp. 43-54.

PRINCIPLES THAT TRANSCEND EXPERIENCE: KANT'S ANTINOMIES REVISITED

Patrick Suppes

Stanford University

The remarkable analysis of the foundations of science, especially physics, contained in Kant's presentation of the four antinomies in the *Critique of Pure Reason* has been unduly neglected by philosophers. Perhaps the reason is that the antinomies occur rather late in the *Critique* in the Transcendental Dialectic. All the same, it is especially ironic that Bertrand Russell in his well-known *History of Western Philosophy* entirely neglected the antinomies in his discussion of Kant's work. I say *ironic* because Kant's analysis of the first antinomy on the finite or infinite character of space and time uses concepts that come close to anticipating Russell's paradox or the Burali-forti paradox in set theory. Apparently the only contributor to the foundations of set theory at the turn of this century who noticed Kant's anticipation was Ernst Zermelo. The antinomies are even neglected in Michael Freedman's excellent recent book (1992).

All philosophers know Kant's remark that Hume awakened him from his dogmatic slumber. It is just as important however, to recognize that the controversy about the nature of space between Newton and Leibniz, as represented in the Leibniz-Clarke correspondence (1984) probably had more to do substantively with Kant's thinking. Kant has this to say in a well-known letter to Garve of September 21, 1798 (I quote from Zweig's translation, 1967, p. 252.):

> It was not from the investigation of the existence of God, of immortality, and so on, that I started but from the antinomy of pure reason, 'The world has a beginning—; it has no beginning—,' and so on, up to the fourth antinomy; 'Man has freedom'—against this: 'There is no freedom; everything belongs to natural necessity.' These were what first awoke me from the dogmatic slumbers and drove me to the critique of reason itself in order to end the scandal of reason's ostensible contradictions with itself.

Kant did not generate all the concepts at issue in the formulation of the four antinomies but he did put them in a sharper and clearer form than any prior philosopher had managed. He in fact organized them, as was his natural disposition, according to the table of the categories. It is not my purpose here to review either the predecessors of Kant or to give a detailed textual history of his own work on the antinomies, my intention is rather to rethink the antinomies and to make the central philosophical point that they are as important today and as relevant to the foundations of science as they were in the eighteenth century.

I examine here the first three antinomies. I shall not have space to devote serious attention to the fourth, which is focused on the existence of an absolutely necessary being.

FIRST ANTINOMY

Here is Kant's formulation of the first antinomy, or what he also entitles the First Conflict of the Transcendental Ideas. (All translations given here and subsequently from the *Critique of Pure Reason* are taken from the Norman Kemp Smith translation (1929/1965).)

Thesis

The world has a beginning in time, and is also limited as regards space.

Antithesis

The world has no beginning, and no limits in space; it is infinite as regards both time and space. (A426–427)

Almost uniformly in Kant's presentation of the "proofs" of the four antinomies the argument proceeds by showing that those who hold the opposite thesis hold the position that leads to a contradiction. Kant recognizes the fundamental character of the difficulties of the antinomies and he has a characteristically subtle solution, in many ways one of the most original lines of argument in the entire *Critique*. His solution (A504) is that the world is not given to us as a thing in itself. Consequently, both the thesis and antithesis may be false. The reason is the subtle one that appearances as opposed to things in themselves are always conditional, never given as an absolute totality. He has this significant statement to make at A505. "Since the world does not exist in itself, independently of the regressive series of my representations, it exists *in itself* neither as an *infinite* whole nor as a *finite* whole."

Another way of formulating Kant's escape from the antinomy is by accepting only finite sets, so that we cannot have the completion of any series by an infinite set, which would correspond to an absolute totality. A way of expressing this argument, which is not put in quite this way by Kant, is in the following four premises and conclusion.

General Form of Kant's Argument

1. Every condition of experience is preceded by another.
2. But all conditions given in experience are themselves conditioned.
3. Only finite sets (or series) of conditions are given in experience.
4. But an absolute totality (or set) of conditions is infinite.
5. Therefore, there is no absolute totality given in experience.

Although I have already said I could not go into the history of these antinomies, Kant did have one very wise predecessor of the first antinomy. In Question 46 of the *Summa Theologica* Aquinas examines whether the universe or creatures always existed. In Kant's terms this corresponds to the question of whether time has a beginning or not. Aquinas comes to the wonderfully sound conclusion "that the world did not always exist we hold by faith alone: It cannot be proved demonstratively". He goes on to say "the reason for this is that the newness of the world cannot be demonstrated from the world itself". (I am indebted to Paul Weingartner for this reference.) Kant begins in some sense close to Aquinas, but in the end he defends the antithesis, namely, that time has no beginning.

Kant's reasons for selecting the antithesis in the case of all four antinomies is an important aspect of his analysis and it is not possible to do it full justice here. The following passage however, gives a good sense of his reasoning.

> Comparison of the principles which form the starting-points of the two parties is what enables us, as we shall find, to determine the standpoint from which alone this preliminary enquiry can be carried out with the required thoroughness. In the assertions of the antithesis we observe a perfect uniformity in manner of thinking and complete unity of maxims, namely a principle of pure *empiricism*, applied not only in explanation of the appearances within the world, but also in the solution of the transcendental ideas of the world itself, in its totality. The assertions of the thesis. on the other hand, presuppose, in addition to the empirical mode of explanation employed within the series of appearances, intelligible beginnings; and to this extent its maxim is complex. But as its essential and distinguishing characteristic is the presupposition of intelligible beginnings, I shall entitle it the *dogmatism* of pure reason. (A466)

The analysis given in this paragraph is expanded upon in much more detail in the following pages of the *Critique.*

Kant recognizes that the theses represent the popular side, or as he puts it, the side of moral ideas and principles. The empiricism of the antitheses represents the appropriate stance for the scientific study of nature. All the same, it is important to note that in these passages, as well as in other places, he is not at all saying that we can scientifically prove that time has no beginning. What we can actually prove scientifically must be within experience and therefore conditioned by experience. Consequently we cannot scientifically prove that time is infinite. As already remarked, in this respect Kant is close to Aquinas, even though in their choice they differ, with Aquinas choosing the thesis and Kant the antithesis.

In terms of current physical ideas, it might be thought that we now have scientific proof that the universe and time do have a beginning, namely, the occurrence of the Big Bang. It is important to recognize however, that this is not at all the situation. We know so little about the very beginning of the Big Bang that it is impossible to infer whether or not there was something before it. I did have a rather eccentric student several years ago who was interested in trying to compute how much information could possibly have been brought from the past through the Big Bang. I am not saying I believe that the answer is that certainly there is some, but I certainly think it is outside the realm of physics to give any decisive proof that the Big Bang is the absolute beginning.

SECOND ANTINOMY

Here is Kant's statement of the Second Conflict of the Transcendental Ideas.

Thesis

> Every composite substance in the world is made up of simple parts, and nothing anywhere exists save the simple or what is composed of the simple.

Antithesis

> No composite thing in the world is made up of simple parts, and there nowhere exists in the world anything simple. (A434)

As is evident, the thesis represents the position of the atomists from Democritus and Epicurus onward. The antithesis is the position of Plato, Aristotle, and above all the long subsequent Aristotelian tradition. In modern terms, the thesis represents the view that physical quantities are ultimately discrete in nature. The antithesis affirms the view that fundamental physical quantities are continuous, interpreted now in terms of the standard mathematical concept of continuity.

In the Second Antinomy we have a problem central to the conception of mathematical physics in modern times, essentially unchanged by the development of quantum mechanics. I have in mind the fact that continuity and stronger conditions of smoothness, for example, differentiability of various orders, were central to the methods that dominated mathematical physics in the hundred years after the critique appeared, and remain the same for the Schrödinger equation, the most important single equation in quantum mechanics. Kant already reflects, mainly for philosophical rather than for scientific reasons, but partly also perhaps for scientific reasons, the choice of continuity over discreteness.

But as I have emphasized, the deeper way of looking at this antinomy,—and the others—, is to accept it as containing a deep insight of a difficulty we cannot get around. This is in fact the way Kant talks about the antinomies a good part of the time. These are not accidental difficulties but difficulties central to pure reason's methods of operation. In the framework of physics, even today, where it is standard to assume that space and time are continuous, the antinomy points to the fact that we cannot discriminate between continuity and discreteness at a fine enough level. Put another way, it is a reasonable position that in principle no physical experiment can distinguish between space, or any given physical quantity, being continuous rather than discrete at an extremely fine level. We can, where discreteness is of a definite coarseness, establish the existence of discreteness, as in the case for the energy levels of the hydrogen atom. But we cannot run experiments that prove continuity.

This strikes at the heart of classical analysis, the centerpiece of mathematics in the hundred years after Kant and still a subject close to the center of most applied mathematics. Classical analysis lives and breathes in an environment of continuous quantities. Only recently has there been a cloud on the horizon suggesting that the assumptions so fundamental to classical analysis may not be as fundamental to physics as we think. This cloud is that of the necessity of numerical computations and numerical simulations for almost all complex physical theory as applied to modern experimental situations. It is undoubtedly the case that the digital computer computations done in quantum field theory in any given one year for the past decade exceed all the computations done by all the astronomers in the world up to, say 1920, in the entire history of their subject.

Of course, there is a natural way of thinking about discrete digital computations as simply necessary approximations to quantities that are truly continuous. But there is no necessity to think this way. It is an intellectual tradition not defensible directly at a foundational level. It is this aspect of the Second Antinomy that very much justifies modern reexamination of this fundamental problem in our conception of nature.

Restricted Isomorphism of the Continuous and the Discrete. A good deal more can be said about the relation between the continuous and the discete. Rolando Chuaqui and I have formulated constructive axioms for a system of nonstandard analysis, i.e., a system of mathematical analysis that uses infinitesimals. The constructive aspect of the axioms is brought out by the fact that the axioms use only free variables (Chuaqui & Suppes, in press; Suppes & Chuaqui, in press). For restricted axioms of this kind, in terms of which we can do much standard theoretical physics, we are able to give a finitary consistency proof. This finitary consistency proof implies finite models for any finite set of instances of the axioms. From this fact we can then prove existence of a partial isomorphism from a given finite model to a standard continuous model of a particular physical problem. The following points concerning these results are to be emphasized.

1. Many of the symbolic computations and results of theoretical physics can be interpreted either in terms of the standard continuous models of classical analysis or in terms of a discrete model for which there is a partial isomorphism into the classical model.

2. For physical computations and results representable in our constructive system

there is a natural invariance that does not distinguish between the discrete and continuous.

3. Qualitatively this view is, upon reflection, what one would expect for physics and much of the rest of science. There is no observable way of experimentally separating the continuous and the discrete on a small enough scale.

4. The importance of classical analysis is not in providing a framework for true theories of nature, but in providing for many situations wonderfully efficient methods of computation.

5. In physics or other empirical sciences our finite models correspond intuitively to making a fixed finite set of measurements. The significant difference from ordinary isomorphism is that it holds just for these fixed measurements, not any imaginable ones.

6. A closely related point is that there is no closure under logical consequence. This again corresponds to good physical intuition. Results for a given problem with given laws, given initial and given boundary conditions do not necessarily generalize, or have computationally feasible extensions, even to very similar situations.

THIRD ANTINOMY

Here is Kant's formulation of the thesis and antithesis:

Thesis

> Causality in accordance with laws of nature is not the only causality from which the appearances of the world can one and all be derived. To explain

> these appearances it is necessary to assume that there is also another causality, that of freedom.

Antithesis

> There is no freedom; everything in the world takes place solely in accordance with laws of nature. (A445–A446)

The antithesis and the arguments for it in Kant are familiar enough. What is often not recognized is the brilliance and originality of Kant's formulation of the argument for the thesis. His concept of absolute spontaneity as the appropriate abstract concept of freedom is one of his deepest and most important ideas. Here is the critical quotation:

> We must, then, assume a causality through which something takes place, the cause of which is not itself determined, in accordance with necessary laws, by another cause antecedent to it, that is to say, an *absolute spontaneity* of the cause, whereby a series of appearances, which proceeds in accordance with laws of nature, begins *of itself.* This is transcendental freedom, without which, even in the [ordinary] course of nature, the series of appearances on the side of the causes can never be complete. (A446)

The view that there is an unbridgable chasm between spontaneity or freedom on the one hand, and determinism on the other, or put in scientific terms, between indeterministic and deterministic theories, is one of the most deeply entrenched concepts in philosophy. Kant already had the ingredients in his Third Antinomy to show that this was a mistaken idea. A large body of modern research shows that indeed this is the case. I think that Kant would be happy with the line of argument I develop briefly in the remainder of this section.

At a relatively superficial level one can prove the following theorem about common causes, which shows that deterministic hidden variables, or deterministic causes, as we would say more generally, walk hand in hand with a probability distribution of observable random variables.

Theorem on Common Causes (Suppes & Zanotti, 1981). Let $X_1, \ldots Xn$ *be two-valued random variables. Then a necessary and sufficient condition that there is a deterministic hidden variable (or common cause) of the random variables that renders them conditionally independent is that there exists a joint probability distribution of the random variables.*

Much deeper and more important results can be proved. In that heartland of philosophical qualitative physics, the game of billiards, an exact isomorphism can be proved of the following kind. On the one hand there is the mechanical model of elastic collisions familiar from traditional discussions of billiards in physics as well as in philosophy. We now add in the middle of the table a convex obstacle from which the ball also rebounds elastically. The other model is that of a Bernoulli flow, that is a stochastic process that is like the throwing of continuous dice in continuous time. Moreover we can go beyond the isomorphism between the mechanical system of elastic collisions and the Bernoulli flow by considering finite partitions of the motion of the billiard ball. We then get an isomorphism between a finite partition of the motion of the ball in the mechanical system and ordinary throws of dice, as reflected in what is called a Bernoulli shift. It is, of course, the presence of the convex obstacle that makes the motion of the billiard ball ergodic and subject to the dual representation. These fundamental results have been proved by Sinai (1972) and Gallavotti and Ornstein (1974).

Another way of describing the results is that there is a new kind of invariance. Taken by itself the principle of universal determinism transcends experience just as much as does the concept of having an absolute position in space (Suppes, 1993). Both are metaphysical fantasies that must be abandoned. There is an isomorphism between deterministic representations and indeterministic representations that leads to a new principle of invariance.

Compare the following pair of statements to show how this new principle of invariance works along with Gallilean or relativistic invariance.

1. This fixed star is at rest or it is not. (True or meaningless?)

1$'$. The motion of this billiard ball is deterministic or it is not. (True or meaningless?)

So my general point is that Kant's antinomies of pure reason are alive and well. They require little reformulation in order to do service of the same sort envisaged by Kant, namely, to show that unconditioned metaphysical flights of reason transcend experience and lead to principles that are wonderfully seductive, such as the principle of continuity for fundamental physical quantities and the principle of determinism for the nature of their causes. The step from Kant's arguments to principles of invariance to show this seduction for what it is is not a large one, but very much in keeping with familiar methods of twentieth-century science.

REFERENCES

Anderson, H. G. (Ed.). (1956). *The Leibniz-Clarke correspondence.* New York: Barnes & Noble.

Chuaqui, R. & Suppes, P. (In press). Free-variable axiomatic foundations of infinitesimal analysis: A fragment with finitary consistency proof. *Journal of Symbolic Logic.*

Friedman, M. (1992) *Kant and the exact sciences.* Cambridge, MA: Harvard University Press.

Gallavotti, G. & Ornstein, D.S. (1974). Billiards and Bernoulli Schemes. *Commun. math. Phys.*, **38**, 83–101.

Kant, I. (1929/1965). *Critique of pure reason* (N. Kemp Smith, Trans.). New York: St. Martin's Press.

Sinai, Ja. G.. (1972). Dynamical systems with elastic reflections. *Uspekhi Mat. Nauk.*, **27**, 137f.

Suppes, P. (1993). The transcendental character of determinism. In P.A. French, T.E. Uehling & H.K. Wettstein (Eds.), *Midwest Studies in Philosophy, Vol. XVIII.* Notre Dame, IN: University of Notre Dame Press, 242–257.

Suppes, P. & Chuaqui, R. (In press). A finitarily consistent free-variable positive fragment of infinitesimal analysis. *Proceedings of the IX Latin American Symposium of Mathematical Logic*, Notas de Matemática, U. Nacional del Sur, Bahía Blanca, Argentina.

Suppes, P. & Zanotti, M. (1981). When are probabilistic explanations possible? *Synthese*, **48**, 191–199.

Zweig, A. (Ed.). (1967). *Kant. Philosophical correspondence 1759–99.* Chicago: The University of Chicago Press.

Transzendentale Prinzipien: Eine Neubetrachtung der Kantschen Antinomien

Patrick Suppes

Stanford University

Die bemerkenswerte Analyse der Grundlagen der Wissenschaft – vor allem der Physik –, wie sie in Kants Darlegung der vier Antinomien in der *Kritik der reinen Vernunft* enthalten ist, wurde ungerechtfertigterweise von den nachfolgenden Philosophen einfach übergangen. Der Grund hierfür liegt vielleicht darin, daß die Antinomien ziemlich weit hinten in der *Kritik*, in der Transzendentalen Dialektik, vorkommen. Trotzdem entbehrt es nicht einer gewissen Ironie, daß gerade Bertrand Russell in seiner bekannten *Philosophie des Abendlandes* bei der Besprechung des Kantschen Werkes die Antinomien vollkommen außer acht läßt. Ich spreche von *Ironie*, weil die Kantsche Analyse der ersten Antinomie über den endlichen bzw. unendlichen Charakter von Raum und Zeit Begriffe verwendet, die die Russellsche Paradoxie bzw. die Burali-Forti-Paradoxie in der Mengenlehre beinahe vorwegnimmt. Allem Anschein nach war der einzige, der an der Wende dieses Jahrhunderts einen Beitrag zu den Grundlagen der Mengenlehre leistete und von Kants Antizipation Kenntnis nahm, Ernst Zermelo. Die Antinomien bleiben selbst in Michael Freedmans hervorragendem, erst kürzlich erschienenem Buch (1992) unerwähnt.

Jedem Philosophen ist Kants Ausspruch, daß Hume ihn aus seinem dogmatischen Schlummer erweckte, bekannt. Ebenso bedeutsam ist es jedoch zu erkennen, daß die Kontroverse zwischen Newton und Leibniz über die Natur des Raumes, wie sie in der Leibniz-Clarke-Korrespondenz (1990) zum Ausdruck kommt, auf das Denken Kants inhaltlich vermutlich mehr Einfluß hatte. Kant führt dies in dem bekannten Brief an Garve vom 21. September 1798 an. (Ich zitiere nach der Ausgabe der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften, Bd. XII (1922), pp. 257–258.)

> Nicht die Untersuchung vom Daseyn Gottes, der Unsterblichkeit u. ist der Punct gewesen von dem ich ausgegangen bin, sondern die Antinomie der r. V.: "Die Welt hat einen Anfang –: sie hat keinen Anfang u. bis zur vierten: Es ist Freyheit im Menschen, – gegen

den: es ist keine Freyheit, sondern alles ist in ihm Naturnothwendigkeit"; diese war es, welche mich aus dem dogmatischen Schlummer zuerst aufweckte und zur Kritik der Vernunft selbst hintrieb, um das Skandal des scheinbaren Wiederspruchs der Vernunft mit ihr selbst zu heben.

Kant entwickelte nicht alle Begriffe, die in der Formulierung der vier Antinomien eine Rolle spielen, doch brachte er sie in eine klarere und genauer abgegrenzte Form, als dies je ein Philosoph vor ihm getan hatte. Wie es seiner natürlichen Anlage entsprach, brachte er sie in eine Ordnung, und zwar gemäß der Tafel der Kategorien. Mein Interesse gilt hier aber weder einer erneuten Betrachtung der Vorläufer Kants noch dem Erstellen einer ausführlichen Textgeschichte seiner Arbeit über die Antinomien, sondern meine Intention ist vielmehr, die Antinomien einer erneuten Betrachtung zu unterziehen und dabei den für die Philosophie so zentralen Punkt anzumerken, daß diese heute genauso wichtig und genauso relevant für die Grundlagen der Wissenschaft sind, wie sie das im 18. Jahrhundert waren.

Ich untersuche hier die ersten drei Antinomien. Ich werde leider nicht den Platz haben, mich auch der vierten – die sich mit der Existenz eines absolut notwendig Seienden beschäftigt – in angemessener Weise zu widmen.

1. Erste Antinomie

Betrachten wir Kants Formulierung der ersten Antinomie bzw. dessen, was er auch als "Erster Widerstreit der transzendentalen Ideen" betitelt. (Die hier gegebenen und auch alle nachfolgenden Zitate aus der *Kritik der reinen Vernunft* sind der Werkausgabe von Wilhelm Weischedel (1982^6) entnommen.)

Thesis

Die Welt hat einen Anfang in der Zeit, und ist dem Raum nach auch in Grenzen eingeschlossen. (A 426)

Antithesis

Die Welt hat keinen Anfang, und keine Grenzen im Raum, sondern ist, sowohl in Ansehung der Zeit, als des Raumes, unendlich. (A 427)

Beinahe schematisch erfolgt die Argumentation in Kants Darlegung der "Beweise" für die vier Antinomien dadurch, daß gezeigt wird, daß diejenigen, welche die entgegengesetzte These vertreten, jene Ansicht vertreten, die zu einem Widerspruch führt. Kant erkennt den grundlegenden Charakter der Schwierigkeiten, die die Antinomien aufwerfen, und er hat eine bezeichnenderweise scharfsinnige Lösung, die in vielerlei Hinsicht eine der originellsten "Beweisführungen" in der gesamten *Kritik* ist. Seine Lösung (A 504) besteht darin zu behaupten, daß uns die Welt nicht als Ding an sich gegeben ist. Folglich können sowohl die Thesis als auch die Antithesis falsch sein. Die Begründung – die nicht einer gewissen Subtilität entbehrt – ist, daß Erscheinungen – im Gegensatz zu Dingen an sich – immer bedingt sind und niemals als ein unbedingtes Ganzes gegeben sind. Er trifft diese bedeutsame Feststellung in A 505: " ... und die Welt, weil *sie* gar nicht an sich (unabhängig von der regressiven Reihe meiner Vorstellungen) existiert, so existiert sie weder als *ein an sich unendliches, noch als ein an sich endliches Ganzes*."

Kants Ausweg aus der Antinomie kann auch in der Weise dargelegt werden, daß wir nur endliche Mengen zulassen, so daß es uns nicht möglich ist, jede Reihe mittels einer unendlichen Menge – welche einem unbedingten Ganzen entspricht – abzuschließen. Eine mögliche Darstellungsweise dieses Argumentes – das von Kant nicht genau in dieser Form ausgeführt wird – bilden die folgenden vier Prämissen und die anschließende Konklusion.

Allgemeine Form des Kantschen Arguments

1. Jeder Erfahrungsbedingung geht eine andere voraus.
2. Jedoch sind alle durch die Erfahrung gegebenen Bedingungen selbst bedingt.
3. Nur endliche Mengen (bzw. Reihen) von Bedingungen sind durch die Erfahrung gegeben.
4. Jedoch ist ein unbedingtes Ganzes (bzw. eine unbedingte Menge) von Bedingungen unendlich.
5. Somit ist durch die Erfahrung kein unbedingtes Ganzes gegeben.

Obwohl ich bereits früher erwähnte, daß ich auf die Vorgeschichte der Antinomien nicht eingehen kann, sollte ich vielleicht doch anmerken, daß Kant, was die erste Antinomie betrifft, einen äußerst genialen Vorläufer hatte. In Quaestio 46 der *Summa Theologica* untersucht Thomas von Aquin, ob die Welt bzw. die Gesamtheit der Geschöpfe schon immer gewesen ist. In Kants Ausdrucksweise entspricht dies der Frage, ob die Zeit einen Anfang hat oder nicht. Thomas kommt zu dem in jeder Hinsicht folgerichtigen Schluß: "Daß die Welt nicht immer war, wird allein im Glauben festgehalten und kann nicht streng bewiesen werden". Er führt weiter aus: "Der Grund dafür liegt darin, daß der Anfang der Welt keinen Beweis erhalten kann von seiten der Welt selbst." (Den Hinweis hierauf verdanke ich Paul Weingartner.) Kant beginnt in gewisser Weise sehr ähnlich wie Thomas, verteidigt aber letztendlich die Antithesis, nämlich, daß die Zeit keinen Anfang hat.

Kants Begründungen, warum er im Falle aller vier Antinomien jeweils die Antithesis wählt, sind ein wichtiger Aspekt seiner Analyse; es ist hier jedoch nicht möglich, sie in gebührender Weise darzulegen. Das nachfolgende Zitat vermittelt aber einen guten Eindruck seiner Art zu argumentieren.

> Es ist aber etwas, das bei dieser vorläufigen Beurteilung den Gesichtspunkt bestimmt, aus dem sie allein mit gehöriger Gründlichkeit angestellt werden kann, und dieses ist die Vergleichung der Prinzipien, von denen beide Teile ausgehen. Man bemerkt, unter den Behauptungen der Antithesis, eine vollkommene Gleichförmigkeit der Denkungsart und völlige Einheit der Maxime, nämlich ein Principium des reinen *Empirismus*, nicht allein in Erklärung der Erscheinungen in der Welt, sondern auch in Auflösung der transzendentalen Ideen, vom Weltall selbst. Dagegen legen die Behauptungen der Thesis, außer der empirischen Erklärungsart innerhalb der Reihe der Erscheinungen, noch intellektuelle Anfänge zum Grunde, und die Maxime ist so fern nicht einfach. Ich will sie aber, von ihrem wesentlichen Unterscheidungsmerkmal, den *Dogmatism* der reinen Vernunft nennen. (A 465–466)

Die in diesem Absatz gegebene Analyse wird auf den nachfolgenden Seiten der *Kritik* detailliert ausgeführt.

Kant bemerkt, daß die Thesen die allgemein verbreitete Sichtweise ausdrücken bzw., wie er es formuliert, die Seite der moralischen Ideen und Grundsätze. Der Empirismus der Antithesen verkörpert hingegen die für eine wissenschaftliche Untersuchung der Natur geeignete Haltung. Trotzdem darf man dabei nicht übersehen, daß er an dieser Stelle – wie auch andernorts – in keiner Weise behauptet, daß wir mit Hilfe der Wissenschaft beweisen können, daß die Zeit keinen Anfang hat. Was wir tatsächlich mit Hilfe der Wissenschaft beweisen können, muß innerhalb des Bereiches der Erfahrung liegen und daher durch die Erfahrung bedingt sein. Folglich können wir mit Hilfe der Wissenschaft nicht beweisen, daß die Zeit unendlich ist. In dieser Hinsicht steht Kant – wie bereits erwähnt – Thomas nahe, obwohl sie sich in ihrer Wahl unterscheiden, da Thomas die Thesis und Kant die Antithesis wählt.

Aus der Sicht der gegenwärtigen Physik glaubt man vielleicht, nun einen wissenschaftlichen Beweis zu haben, daß die Welt und die Zeit einen Anfang haben – nämlich mit dem Urknall. Es ist jedoch wichtig zu sehen, daß dies in keiner Weise der Fall ist. Wir wissen so wenig über den eigentlichen Beginn des Urknalls, daß wir davon unmöglich ableiten können, ob es zuvor etwas gab oder nicht. Ich hatte vor einigen Jahren einen ziemlich exzentrischen Studenten, der sich dafür interessierte zu berechnen, wieviel Information möglicherweise aus der Vergangenheit über den Urknall hinweg auf uns kommen konnte. Ich will nicht behaupten, daß die Antwort darauf meiner Meinung nach zu lauten hat, daß es sicher irgendeine solche Information gibt, ich bin mir jedoch sicher, daß es außerhalb des Bereichs der Physik liegt, einen schlüssigen Beweis dafür zu geben, daß der Urknall der absolute Anfang ist.

2. Zweite Antinomie

Betrachten wir nun Kants Ausführung des zweiten Widerstreits der transzendentalen Ideen:

> *Thesis*
>
> Eine jede zusammengesetzte Substanz in der Welt besteht aus einfachen Teilen, und es existiert überall nichts als das Einfache, oder das, was aus ihm zusammengesetzt ist. (A 434)
>
> *Antithesis*
>
> Kein zusammengesetztes Ding in der Welt besteht aus einfachen Teilen, und es existiert überall nichts Einfaches in derselben. (A 435)

Es ist offensichtlich, daß die Thesis den Standpunkt der Atomisten – ausgehend von Demokrit und Epikur – repräsentiert. Die Antithesis ist der Standpunkt eines Plato, eines Aristoteles, und vor allem einer langen an Aristoteles anschließenden Tradition. In der heutigen Terminologie ausgedrückt stellt die Thesis die Auffassung dar, daß physikalische Größen in der Natur letztendlich diskret sind. Die Antithesis vertritt die

Ansicht, daß die grundlegenden physikalischen Größen kontinuierlich sind, wobei 'kontinuierlich' im Sinne des in der Mathematik geläufigen Begriffs der Kontinuität interpretiert wird.

In der zweiten Antinomie haben wir es mit einem Problem zu tun, dem bei der Konzeption der mathematischen Physik in der Neuzeit eine zentrale Rolle zukam und das auch durch die Entwicklung der Quantenmechanik im wesentlichen unverändert blieb. Ich denke hierbei an den Umstand, daß Kontinuität und stärkere Bedingungen der "Lückenlosigkeit", wie z.B. Differenzierbarkeit verschiedener Ordnungen, von zentraler Bedeutung für jene Methoden waren, die die mathematische Physik in den 100 Jahren nach dem Erscheinen der *Kritik* prägten – und sie blieben es auch für die Schrödinger-Gleichung, die bedeutendste Gleichung der Quantenmechanik mit nur einer Unbekannten. Kant erwägt – vorwiegend aus philosophischen denn aus wissenschaftlichen Gründen, zum Teil aber auch aus wissenschaftlichen Gründen – bereits die Wahl der Kontinuität zu Lasten der Diskretheit.

Wie ich aber bereits hervorgehoben habe, besteht die tiefgründigere Betrachtungsweise dieser – und der anderen – Antinomien in der Feststellung, daß sie eine tiefe Einsicht in eine Problematik, welche wir nicht umgehen können, enthalten. Und genau so spricht Kant die meiste Zeit über die Antinomien. Es handelt sich hierbei nicht um zufällige Schwierigkeiten, sondern um Probleme, die für die Methoden des reinen Vernunftgebrauchs von zentraler Bedeutung sind. Im Rahmen der Physik weist die Antinomie – selbst heute, wo es allgemein üblich ist, die Kontinuität von Raum und Zeit vorauszusetzen – auf den Umstand hin, daß wir zwischen Kontinuität und Diskretheit nicht scharf unterscheiden können – auch nicht bei einer ausreichenden Meßgenauigkeit. Anders ausgedrückt bedeutet dies: Es ist vernünftig, den Standpunkt zu vertreten, daß im Prinzip kein physikalisches Experiment entscheiden kann, ob der Raum – bzw. irgendeine gegebene physikalische Größe – eher kontinuierlich als diskret ist – auch nicht bei einer äußersten Meßgenauigkeit. Wir können dort, wo die Diskretheit von einer bestimmten Grobkörnigkeit ist, die Existenz der Diskretheit festlegen, wie im Fall der Energieniveaus des Wasserstoffatoms. Wir können jedoch keine Experimente durchführen, welche die Kontinuität beweisen.

Das ist ein Stich mitten ins Herz der klassischen Analysis, dem Kernstück der Mathematik in den 100 Jahren nach Kant und einem noch immer bedeutenden Gegenstand der meisten Bereiche der angewandten Mathematik. Die klassische Analysis lebt in und von einer Umgebung kontinuierlicher Größen. Erst in letzter Zeit sind Wolken am Horizont aufgetaucht, welche nahelegen, daß die für die klassische Analysis so grundlegenden Annahmen möglicherweise für die Physik nicht so fundamental sind, wie wir glauben. Diese Wolken sind jene der Notwendigkeit der numerischen Berechnung und der numerischen Simulation, die für fast alle komplexen physikalischen Theorien, wie sie auf moderne experimentelle Situationen angewendet werden, gelten. Zweifelsohne ist es so, daß die digitalen Computer-Berechnungen in der Quanten-Feldtheorie in jedem beliebigen der letzten zehn Jahre über die gesamten Berechnungen hinausgehen, die von allen Astronomen der Welt in der gesamten Geschichte ihrer Disziplin bis – sagen wir – 1920 gemacht wurden.

Sicherlich gibt es die Möglichkeit, in einer ungekünstelten Art und Weise über diskrete digitale Berechnungen als einfach notwendige Annäherungen an in Wahrheit kontinuierliche Größen nachzudenken. Aber es besteht keine Notwendigkeit, so zu denken. Es ist eine intellektuelle Tradition, die sich nicht unmittelbar aus den Grundlagen heraus verteidigen läßt. Dieser Aspekt der zweiten Antinomie rechtfertigt in hohem Maße die neuerliche, moderne Untersuchung dieses grundlegenden Problems in unserem Verständnis der Natur.

Beschränkter Isomorphismus zwischen dem Kontinuierlichen und dem Diskreten. Es kann noch einiges mehr über die Beziehung zwischen dem Kontinuierlichen und dem Diskreten gesagt werden. Rolando Chuaqui und ich haben konstruktive Axiome für ein System der Non-Standard-Analysis erarbeitet, d.h. für ein System der mathematischen Analysis, das infinitesimale Größen verwendet. Der konstruktive Aspekt der Axiome findet seinen Ausdruck in dem Umstand, daß in den Axiomen nur freie Variablen vorkommen (Chuaqui & Suppes 1995; Suppes & Chuaqui, im Erscheinen). Für derart beschränkte Axiome – mit deren Hilfe wir einen Großteil der theoretischen Physik, wie sie im üblichen Sinne verstanden wird, betreiben können – können wir einen endlichen Konsistenzbeweis geben. Dieser endliche Konsistenzbeweis impliziert endliche Modelle für jede endliche Menge, deren Elemente Instanzierungen der Axiome sind. Davon ausgehend können wir dann die Existenz eines partiellen Isomorphismus zwischen einem gegebenen endlichen Modell und einem im üblichen Sinne verstandenen kontinuierlichen Modell eines konkreten physikalischen Problems beweisen. Die folgenden, diese Ergebnisse betreffenden Punkte sind hierbei hervorzuheben.

1. Viele der formalen Berechnungen und Ergebnisse der theoretischen Physik können entweder im Sinne der üblichen, kontinuierlichen Modelle der klassischen Analysis interpretiert werden, oder im Sinne eines diskreten Modells, das zum klassischen Modell partiell isomorph ist.
2. Für in unserem konstruktiven System repräsentierbare physikalische Berechnungen und Ergebnisse gibt es eine natürliche Invarianz, die zwischen dem Diskreten und dem Kontinuierlichen nicht unterscheidet.
3. In qualitativer Hinsicht ist diese Auffassung – nach einigem Nachdenken – das, was man für die Physik und einen Großteil der anderen Wissenschaften erwarten würde. Es gibt keine Beobachtungsart, um weit genug in den Mikrobereich einzudringen, um das Kontinuierliche und das Diskrete experimentell zu unterscheiden.
4. Die Bedeutung der klassischen Analysis besteht nicht darin, daß sie einen Rahmen für wahre Theorien über die Natur bereitstellt, sondern darin, daß sie für viele Situationen eine bemerkenswert effiziente Methode der Berechnung bietet.
5. In der Physik bzw. in anderen Erfahrungswissenschaften entspricht eines unserer endlichen Modelle intuitiv der Erstellung einer bestimmten endlichen Menge von Messungen. Der entscheidende Unterschied zum gewöhnlichen Isomorphismus besteht darin, daß er nur für diese bestimmten Messungen gilt, und nicht für alle vorstellbaren.
6. Ein damit in engem Zusammenhang stehender Punkt ist, daß es keinen Abschluß unter der logischen Folgerung gibt. Dies entspricht wiederum einer gesunden Intuition im Bereich der Physik. Die Ergebnisse für ein gegebenes Problem – wobei die Gesetze, Anfangs- und Randbedingungen ebenfalls gegeben sind – lassen sich nicht notwendigerweise verallgemeinern, und sie haben auch nicht notwendigerweise rechnerisch durchführbare Erweiterungen, selbst für sehr ähnliche Situationen.

3. Dritte Antinomie

Betrachten wir wieder Kants Formulierung von Thesis und Antithesis:

> *Thesis*
>
> Die Kausalität nach Gesetzen der Natur ist nicht die einzige, aus welcher die Erscheinungen der Welt insgesamt abgeleitet werden können. Es ist noch eine Kausalität durch Freiheit zu Erklärung derselben anzunehmen notwendig. (A 444)
>
> *Antithesis*
>
> Es ist keine Freiheit, sondern alles in der Welt geschieht lediglich nach Gesetzen der Natur. (A 445)

Die Antithesis und die Argumente, die Kant für sie vorbringt, sind hinreichend bekannt. Was jedoch oft nicht erkannt wird, ist die Brillianz und Originalität der Kantschen Ausführung des Arguments für die Thesis. Sein Begriff der absoluten Spontaneität als der angemessene, abstrakte Begriff für Freiheit ist einer seiner tiefgründigsten und bedeutendsten Gedanken. Hier ist die entscheidende Stelle:

> Diesemnach muß eine Kausalität angenommen werden, durch welche etwas geschieht, ohne daß die Ursache davon noch weiter, durch eine andere vorhergehende Ursache, nach notwendigen Gesetzen bestimmt sei, d.i. eine *absolute Spontaneität* der Ursachen, eine Reihe von Erscheinungen, die nach Naturgesetzen läuft, *von selbst* anzufangen, mithin transzendentale Freiheit, ohne welche selbst im Laufe der Natur die Reihenfolge der Erscheinungen auf der Seite der Ursachen niemals vollständig ist. (A 446)

Die Ansicht, daß es eine unüberbrückbare Kluft zwischen Spontaneität bzw. Freiheit auf der einen Seite und Determinismus auf der anderen Seite – oder, um es in wissenschaftlicher Terminologie auszudrücken, zwischen indeterministischen und deterministischen Theorien – gibt, ist eine der am tiefsten verwurzelten Vorstellungen in der Philosophie. Kant hatte in seiner dritten Antinomie bereits die Ingredienzien, um zu zeigen, daß das eine irrige Annahme ist. Ein Großteil der modernen Forschung zeigt, daß das tätsächlich der Fall ist. Ich denke, daß Kant mit der Argumentation, die ich im verbleibenden Teil dieses Abschnitts kurz darlegen werde, zufrieden sein würde.

Auf einem relativ oberflächlichen Niveau kann das folgende Theorem über gemeinsame Ursachen bewiesen werden, welches zeigt, daß deterministische verborgene Variablen bzw. deterministische Ursachen – wie wir es allgemeiner ausdrücken können – Hand in Hand mit einer probabilistischen Verteilung beobachtbarer Zufallsvariablen gehen.

Theorem über gemeinsame Ursachen (Suppes & Zanotti, 1981). Seien $X_1, \ldots, X_n$ zweiwertige Zufallsvariablen. Dann ist es eine notwendige und hinreichende Bedingung dafür, daß es eine deterministische verborgene Variable (bzw. gemeinsame Ursache) der Zufallsvariablen gibt, die sie bedingt unabhängig macht, daß eine gemeinsame probabilistische Verteilung der Zufallsvariablen existiert.

Sehr viel tiefergehende und bedeutendere Resultate können bewiesen werden. Im Kernbereich der philosophischen qualitativen Physik, dem Billiard-Spiel, kann ein exakter Isomorphismus wie folgt bewiesen werden. Auf der einen Seite gibt es das mechanische Modell des elastischen Stoßes, das aus traditionellen Erörterungen des Billiard in der Physik und in der Philosophie bekannt ist. Wir fügen nun in der Mitte des Tisches ein konvexes Hindernis ein, von dem die Kugel ebenfalls elastisch zurückprallt. Das andere Modell ist dasjenige einer Bernoulli-Strömung, d.h. eines stochastischen Prozesses, der mit dem kontinuierlichen Würfeln in kontinuierlicher Zeit verglichen werden kann. Des weiteren können wir über den Isomorphismus zwischen dem mechanischen System des elastischen Stoßes und der Bernoulli-Strömung hinausgehen, indem wir endliche Unterteilungen der Bewegung der Billiard-Kugel betrachten. Wir erhalten dann einen Isomorphismus zwischen einer endlichen Unterteilung der Bewegung der Kugel im mechanischen System und dem üblichen Würfeln, wie es sich im sogenannten "Bernoulli-shift" zeigt. Natürlich ist es das eingefügte konvexe Hindernis, das die Bewegung der Billiard-Kugel ergodisch und zum Gegenstand der dualen Darstellung macht. Diese fundamentalen Resultate wurden von Sinai (1972) und Gallavotti und Ornstein (1974) bewiesen.

Wir können diese Ergebnisse auch so beschreiben, indem wir sagen, daß eine neue Art von Invarianz gegeben ist. Für sich genommen geht das Prinzip des universellen Determinismus – genauso wie die Vorstellung, eine absolute Position im Raum einzunehmen – über die Erfahrung hinaus (Suppes 1993). Beide stellen metaphysische Wunschvorstellungen dar, welche beseitigt werden müssen. Es gibt einen Isomorphismus zwischen deterministischen Darstellungen und indeterministischen Darstellungen, der zu einem neuen Prinzip der Invarianz führt.

Betrachten wir das folgende Paar von Aussagen, um zu zeigen, wie dieses neue Prinzip der Invarianz mit der Gallileischen bzw. relativistischen Invarianz zusammenarbeitet.

1. Dieser Fixstern ist in Ruhe, oder er ist es nicht. (Wahr oder bedeutungslos?)
1'. Die Bewegung dieser Billiard-Kugel ist deterministisch, oder sie ist es nicht. (Wahr oder bedeutungslos?)

Der allgemeine Punkt, den ich anbringen möchte, ist somit, daß die Kantschen Antinomien der reinen Vernunft am Leben und wohl auf sind. Sie müssen nur etwas umformuliert werden, um diejenigen Dienste zu leisten, die Kant im Auge hatte, nämlich zu zeigen, daß unkontrollierte metaphysische Höhenflüge der Vernunft über die Erfahrung hinausgehen und zu Prinzipien führen, die anziehend und verführerisch sind, wie z.B. das Prinzip der Kontinuität für fundamentale physikalische Größen und das Prinzip des Determinismus für die Natur ihrer Ursachen. Der verführerische Schritt von den Kantschen Argumenten zu Invarianzprinzipien ist kein großer, doch fügt er sich sehr gut in die bekannten Methoden der Wissenschaft des 20. Jahrhunderts ein.

Literatur

Anderson, H.G. (Hrsg.): *The Leibniz-Clarke correspondence.* New York 1956.

Chuaqui, R., Suppes, P.: "Free-variable axiomatic foundations of infinitesimal analysis: A fragment with finitary consistency proof", in: *Journal of Symbolic Logic* 60, 1995, pp.122–159.

Clarke, S.: *Der Briefwechsel mit G.W. Leibniz von 1715–1716.* Herausgegeben von Ed Dellian. Hamburg 1990.

Friedman, M.: *Kant and the exact sciences.* Cambridge, MA 1992.

Gallavotti, G., Ornstein, D.S.: "Billiards and Bernoulli Schemes", in: *Commun. math. Phys.* 38, pp.83–101.

Kant, I.: *Kritik der reinen Vernunft.* Werkausgabe Bd.III, herausgegeben von Wilhelm Weischedel. Frankfurt/M. 1982[6].

Königlich Preußische Akademie der Wissenschaften (Hrsg.): *Kants gesammelte Schriften*. Bd.XII. *Kants Briefwechsel*. Bd.III (1795–1803). Berlin-Leipzig 1922.

Sinai, Ja.G.: "Dynamical systems with elastic reflections", in: *Uspekhi Mat. Nauk.* 27, 1972, pp.137 f.

Suppes, P.: "The transcendental character of determinism", in: French, P.A., Uehling, T.E., Wettstein, H.K. (Hrsg.): *Midwest Studies in Philosophy, Vol. XVIII*. Notre Dame 1993, pp.242–257.

Suppes. P., Chuaqui, R.: "A finitarily consistent free-variable positive fragment of infinitesimal analysis", im Erscheinen in: *Proceedings of the IX Latin American Symposium of Mathematical Logic*, Notas de Matemática, U. Nacional del Sur, Bahía Blanca, Argentina.

Suppes, P., Zanotti, M.: "When are probabilistic explanations possible?", in: *Synthese* 48, 1981, pp.191–199.

Thomas von Aquin: *Summa Theologica*. Deutsch-lateinische Ausgabe, herausgegeben vom katholischen Akademikerverband, Bd.IV (Quaestio 44–64). Salzburg-Leipzig 1936.